|  |  |
| --- | --- |
| VINCZE ERIKA  Matematikus MSc, 3. félév  Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem Természettudományi Kar |  |

Témavezető:

|  |
| --- |
| Dr. Rónyai Lajos  egyetemi tanár, BME TTK |

Normagráfok Galois-gyűrűk felett

Normagráfok Galois-gyűrűk felett

Vincze Erika MSc. II. évf.

Konzulens: Dr. Rónyai Lajos, Algebra Tanszék

A Galois-gyűrűk a véges testek érdekes általánosításai:

A modulo m egészek ℤm gyűrűjéből kaphatók egyszerű algebrai bővítéssel, ahol m>1 prímhatvány. Prím m esetében éppen a véges testek adódnak.

Az általános Galois-gyűrűk szerkezete bonyolultabb a véges testekénél, például nem triviális nilpotens elemeik is vannak.

Az utóbbi időben több érdekes, a véges testekre alapozott, diszkrét matematikai konstrukciót sikerült Galois-gyűrűkre támaszkodva általánosítani. Például a hibajavító kódok területén több ilyen konstrukció látott napvilágot.

A jelen munka célja is egy ilyen általánosítás megfogalmazása és vizsgálata.

Alon, Rónyai és Szabó[1] véges testek felett definiálták a projektív normagráfokat, amelyek több gráfelméleti extremális probléma kapcsán bizonyultak hasznosnak. Ezt a konstrukciót általánosítjuk oly módon, hogy az eredetiben szereplő véges testbővítés helyett egy Galois-gyűrű Galois-bővítését, és a megfelelő normaleképezést használjuk.

Szabó[1] eredményét általánosítva megmutatjuk, hogy ezen gráfok M adjacenciamátrixának spektruma kifejezhető (általánosított) Gauss-összegek segítségével. Itt természetesen Galois-gyűrűk feletti Gauss-összegek lépnek fel.

Ezekről a tudomány mai állása szerint jóval kevesebb ismert, mint a véges testek feletti klasszikus Gauss-összegekről. Ennek megfelelően részeredményeket tudunk bizonyítani M sajátértékeinek nagyságáról.

Itt elsősorban a legkisebbnek tekinthető új esettel foglalkozunk, amikor az alapgyűrű ℤ4.

Hivatkozások  
[1] Szabó Tibor, On the spectrum of projective norm-graphs, Information Processing Letters, 86 no. 2. (2003), 71-74.  
[2] Zhe-Xian Wan, Lectures on Finite Fields and Galois Rings, World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd., (2003).  
[3] 3. Yunchang Oh and Heung-Joon Oh, Gauss Sums over Galois Rings of Characteristic 4, Kangweon-Kyungki Math. Jour. 9 (2001), No. 1, pp. 17.  
[4] Philippe Langevin and Patrick Solé, Gauss Sums over Quasi-Frobenius Rings in: Finite fields and Applications, Springer Verlag, (2001), pp 329–341.  
[5] N. Alon, L. Rónyai, Szabó T., Norm-graphs: Variations and Applications , Journal of Combinatorial Theory, (Series B), 76 (1999), 280-290.  
[6] Rudolf Lidl and Harald Niederreiter, Introduction to finite fields and their applications ,Cambridge University Press, (1988)