|  |  |
| --- | --- |
| MAGYAR ANDRÁSMatematikusMSc, 1. félévBudapesti Műszaki és Gazdaságtudományi EgyetemTermészettudományi Kar |  |

Témavezető:

|  |
| --- |
| Dr. Sándor Csabadocens, BME TTK |

Null-összegek véges Abel-csoportokban

A kombinatorikus számelmélet egyik alapköve az Erdős-Ginzburg-Ziv-tétel, amely azt mondja ki, hogy   egész számból biztosan kiválasztható   darab úgy, hogy ezek összege osztható  -nel, sőt a   korlát éles is. A tétel megszületése után sok újabb bizonyítás és általánosítás született.

Egy általánosítási irány lehet az, hogy az Erdős-Ginzburg-Ziv-tétel eredményét ciklikus csoportokra fogalmazzuk meg, és így a ciklikus csoportokhoz egy   konstanst rendelhetünk, még pedig azt a legkisebb egész számot, mely hosszú  -beli sorozatból kiválasztható exponens ( ) darab, melyek összege a csoport  -elemét adja.

Tetszőleges Abel-csoport esetén hasonlóan definiáljuk  -t. Bevezetve egy további   (legkisebb egész, amely hosszú  -beli sorozat már tartalmaz legfeljebb   hosszú -öszszeget), konstanst az



egyenlőtlenség adódik, mely minden csoportra teljesül. Mai napig nyitott probléma, hogy az egyenlőtlenség megfordítása igaz-e. Pozitív a válasz azokban az esetekben, amikor a csoport rangja legfeljebb  , valamint ha a csoport exponense legfeljebb  .

A konstansok egy kézen fekvő általánosítása, hogy tetszőleges k pozitív egész esetén a k·exp, ill. a legfeljebb k·exp hosszú 0-összegeket vizsgáljuk. Így jutunk el   és   konstansokhoz, melyek   esetén persze  -t és -t adják.

A dolgozatban elsőként megmutatjuk, hogy fennáll

.

Majd ezt követően megmutatjuk, hogy tetszőleges k-ra az egyenlőtlenség megfordítása is igaz, amennyiben a csoport rangja legfeljebb  . Továbbá megmutatjuk, hogy ha az exponens legfeljebb  , akkor egy csoport kivételével a   rangú csoportokra is tetszőleges k esetén igaz az egyenlőtlenség megfordítása. Ezen túl megmutatjuk, hogy tetszőleges  -re, ha   „elég nagy”, akkor az egyenlőtlenség szintén megfordítható. Végül említést teszünk néhány nagyobb rangú  -csoportról.