|  |  |
| --- | --- |
| MAGYAR ANDRÁS  Matematikus MSc, 1. félév  Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem Természettudományi Kar |  |

Témavezető:

|  |
| --- |
| Dr. Sándor Csaba  docens, BME TTK |

Null-összegek véges Abel-csoportokban

A kombinatorikus számelmélet egyik alapköve az Erdős-Ginzburg-Ziv-tétel, amely azt mondja ki, hogy imgtmp_10949_hu_1.gif  egész számból biztosan kiválasztható imgtmp_10949_hu_2.gif  darab úgy, hogy ezek összege osztható imgtmp_10949_hu_3.gif -nel, sőt a imgtmp_10949_hu_4.gif  korlát éles is. A tétel megszületése után sok újabb bizonyítás és általánosítás született.

Egy általánosítási irány lehet az, hogy az Erdős-Ginzburg-Ziv-tétel eredményét ciklikus csoportokra fogalmazzuk meg, és így a ciklikus csoportokhoz egy imgtmp_10949_hu_5.gif  konstanst rendelhetünk, még pedig azt a legkisebb egész számot, mely hosszú imgtmp_10949_hu_6.gif -beli sorozatból kiválasztható exponens (imgtmp_10949_hu_7.gif ) darab, melyek összege a csoport imgtmp_10949_hu_8.gif -elemét adja.

Tetszőleges Abel-csoport esetén hasonlóan definiáljuk imgtmp_10949_hu_9.gif -t. Bevezetve egy további imgtmp_10949_hu_10.gif  (legkisebb egész, amely hosszú imgtmp_10949_hu_11.gif -beli sorozat már tartalmaz legfeljebb imgtmp_10949_hu_12.gif  hosszú imgtmp_10949_hu_13.gif-öszszeget), konstanst az

imgtmp_10949_hu_14.gif

egyenlőtlenség adódik, mely minden csoportra teljesül. Mai napig nyitott probléma, hogy az egyenlőtlenség megfordítása igaz-e. Pozitív a válasz azokban az esetekben, amikor a csoport rangja legfeljebb imgtmp_10949_hu_15.gif , valamint ha a csoport exponense legfeljebb imgtmp_10949_hu_16.gif .

A konstansok egy kézen fekvő általánosítása, hogy tetszőleges k pozitív egész esetén a k·exp, ill. a legfeljebb k·exp hosszú 0-összegeket vizsgáljuk. Így jutunk el imgtmp_10949_hu_17.gif  és imgtmp_10949_hu_18.gif  konstansokhoz, melyek imgtmp_10949_hu_19.gif  esetén persze imgtmp_10949_hu_20.gif -t és imgtmp_10949_hu_21.gif-t adják.

A dolgozatban elsőként megmutatjuk, hogy fennáll

imgtmp_10949_hu_22.gif.

Majd ezt követően megmutatjuk, hogy tetszőleges k-ra az egyenlőtlenség megfordítása is igaz, amennyiben a csoport rangja legfeljebb imgtmp_10949_hu_23.gif . Továbbá megmutatjuk, hogy ha az exponens legfeljebb imgtmp_10949_hu_24.gif , akkor egy csoport kivételével a imgtmp_10949_hu_25.gif  rangú csoportokra is tetszőleges k esetén igaz az egyenlőtlenség megfordítása. Ezen túl megmutatjuk, hogy tetszőleges imgtmp_10949_hu_26.gif -re, ha imgtmp_10949_hu_27.gif  „elég nagy”, akkor az egyenlőtlenség szintén megfordítható. Végül említést teszünk néhány nagyobb rangú imgtmp_10949_hu_28.gif -csoportról.