|  |  |
| --- | --- |
| SZABÓ TÍMEA  Matematikus MSc, 3. félév  Debreceni Egyetem Természettudományi és Technológiai Kar |  |

Témavezető:

|  |
| --- |
| Dr. Gaál István  tanszékvezető egyetemi tanár, DE TTK |

Hatvány egész bázisok negyedfokú és relatív negyedfokú bővítések végtelen parametrikus családjaiban

A hatvány egész bázisok létezésének kérdése az algebrai számelmélet klasszikus problémaköre. Jól ismert, hogy ha egy számtestnek létezik (1,α,α^2,…,α^(n-1)) alakú egész bázisa, azaz hatvány egész bázisa, akkor annak ekvivalencia erejéig véges sok létezik. Gazdag irodalma van a hatvány egész bázisok kiszámításának speciális számtestekben. Ez a feladat diofantikus egyenletek, un. indexforma egyenlet megoldásával ekvivalens. Alacsony fokszámú (≤6) és speciálas magasabb fokszámú (6,8,9) számtestek esetén hatékony algoritmusok léteznek a hatvány egész bázisok kiszámítására.  
Hatvány egész bázisok probléma körét relatív bővítésekben is vizsgálták. Harmadfokú és negyedfokú relatív bővítésekben ismeretesek algoritmusok a relatív hatvány egész bázisok kiszámítására.  
Különösen érdekes és nehéz problémát jelent, ha az indexforma egyenletet nemcsak egy konkrét számtestben, hanem számtestek egy végtelen parametrikus családjában sikerül megoldani, ahol az indexforma egyenlet parametrikus formában adott. Ilyen jellegű eredmények harmad-, negyed- és ötödfokú számtestek bizonyos parametrikus családjaiban ismert.  
Hasonló eredmények, relatív bővítések végtelen parametrikus családjai esetén a relatív hatvány egész bázisok kiszámítására korábban nem születtek.  
Dolgozatunkban negyedfokú és másodfokú számtestek feletti relatív negyedfokú bővítések végtelen parametrikus családjai esetén határozzuk meg a (relatív) hatvány egész bázisok összes generátorát.  
A megoldásban felhasználjuk a negyedfokú számtestek hatvány egész bázisainak, valamint az ennek általánosításaként született, relatív negyedfokú számtestek hatvány egész bázisainak kiszámítására ismert módszereket. A relatív eset formailag nagyon hasonló, de technikailag jóval bonyolultabb az abszolút esetnél. Mindkét állítás lényege, hogy negyedfokú (relatív negyedfokú) bővítésekben az indexforma egyenlet visszavezethető egy harmadfokú és néhány hozzá kapcsolódó negyedfokú Thue egyenletre (relatív Thue egyenletre).  
A dolgozat 2. Fejezetében ismertetjük a hatvány egész bázisokkal kapcsolatos algebrai számelméleti tudnivalókat. A negyedfokú bővítések végtelen parametrikus családjaira vonatkozó eredményeinket a 3. Fejezetben részletezzük, ezek megjelentek Gaál István és Szabó Tímea cikkében. A relatív negyedfokú bővítések végtelen parametrikus családjaira vonatkozó eredményeinket a 4. Fejezetben ismertetjük, ezek publikálás alatt állnak Gaál István és Szabó Tímea cikkében.