|  |  |
| --- | --- |
| BERTÓK CSANÁDMatematikusMSc, 1. félévDebreceni EgyetemTermészettudományi és Technológiai Kar |  |

Témavezető:

|  |
| --- |
| Dr. Hajdu Lajosegyetemi tanár, DE TTK |

Egész számok előállítása hatványszorzatok lineáris kombinációjaként

Az egész számok hatványok lineáris kombinációjaként történő reprezentációja széleskörű szakirodalommal rendelkezik. Egyrészt az előállítható egész számok vizsgálata is fontos kérdés, (többek között Everest, Jarden, Narkiewitz, Hajdu, Ádám, Luca, és Nathanson foglalkoztak ilyen jellegű problémákkal) másrészt bizonyos speciális számok, például a prímek előállíthatósága is érdekes feladat (Hajdu, Ádám, Luca). A reprezentáció kérdése újabban a kettős alapú számrendszerek területén is különböző alkalmazásokat nyert, például Dimitrov és Howe munkája nyomán. Külön figyelmet érdemel a vizsgálatok során az az eset, amikor a reprezentációban szereplő hatványszorzatok száma rögzített. Nathanson több idevágó kérdést is megfogalmazott, melyekre bizonyos esetekben Hajdu és Tijdeman válaszolni tudott.

Jelen dolgozatban ebben az irányban elért eredményeinket mutatjuk be. Ehhez szükségünk van néhány jelölés bevezetésére:

Legyenek  különböző pozitív egészek és  . Legyen   az  -ban lévő elemek hatványainak szorzataiból álló halmaz. Legyen , és jelölje   azt a legkisebb természetes számot, melyet nem tudunk előállítani  -nál kevesebb  -beli tag összegeként. (Korábbi eredmények alapján jól ismert, hogy ilyen szám létezik). Definiáljuk hasonlóan az   függvényt, azzal a különbséggel hogy alaphalmazként  helyett most  -t használjuk.

Hajdu és Tijdeman beláttak több, az  és   függvények viselkedésével, növekedésével kapcsolatos tételt. Sikerült továbbá alsó-, illetve felső korlátot adniuk a függvény nagyságára vonatkozóan.

Ebben a dolgozatban azzal az esettel foglalkozunk, amikor az   elemek nem csupán prímek, hanem tetszőleges pozitív egészek lehetnek. Motivációként két dolgot is említünk. Egyrészt, a korábbi eredmények közül több is erre az esetre vonatkozik, másrészt, a bizonyítások egy része modulo  történik (megfelelő  választással), így az extra feltétel, miszerint az   számok prímek, több ponton eleve lényegtelen.

Eredményeink bizonyításához többek között ki kell tejesztenünk Tijdeman klasszikus tételeit, melyek az   elemei közötti hézagok nagyságáról szólnak a kizárólag prím alapokra vonatkozó esetről arra, mikor az alapok tetszőleges pozitív egészek lehetnek.

Végezetül megemlítjük, hogy eredményeinket közlésre elfogadták.