|  |  |
| --- | --- |
| BERTÓK CSANÁD  Matematikus MSc, 1. félév  Debreceni Egyetem Természettudományi és Technológiai Kar |  |

Témavezető:

|  |
| --- |
| Dr. Hajdu Lajos  egyetemi tanár, DE TTK |

Egész számok előállítása hatványszorzatok lineáris kombinációjaként

Az egész számok hatványok lineáris kombinációjaként történő reprezentációja széleskörű szakirodalommal rendelkezik. Egyrészt az előállítható egész számok vizsgálata is fontos kérdés, (többek között Everest, Jarden, Narkiewitz, Hajdu, Ádám, Luca, és Nathanson foglalkoztak ilyen jellegű problémákkal) másrészt bizonyos speciális számok, például a prímek előállíthatósága is érdekes feladat (Hajdu, Ádám, Luca). A reprezentáció kérdése újabban a kettős alapú számrendszerek területén is különböző alkalmazásokat nyert, például Dimitrov és Howe munkája nyomán. Külön figyelmet érdemel a vizsgálatok során az az eset, amikor a reprezentációban szereplő hatványszorzatok száma rögzített. Nathanson több idevágó kérdést is megfogalmazott, melyekre bizonyos esetekben Hajdu és Tijdeman válaszolni tudott.

Jelen dolgozatban ebben az irányban elért eredményeinket mutatjuk be. Ehhez szükségünk van néhány jelölés bevezetésére:

Legyenek imgtmp_20442_hu_1.gif különböző pozitív egészek és imgtmp_20442_hu_2.gif . Legyen imgtmp_20442_hu_3.gif  az imgtmp_20442_hu_4.gif -ban lévő elemek hatványainak szorzataiból álló halmaz. Legyen imgtmp_20442_hu_5.gif, és jelölje imgtmp_20442_hu_6.gif  azt a legkisebb természetes számot, melyet nem tudunk előállítani imgtmp_20442_hu_7.gif -nál kevesebb imgtmp_20442_hu_8.gif -beli tag összegeként. (Korábbi eredmények alapján jól ismert, hogy ilyen szám létezik). Definiáljuk hasonlóan az imgtmp_20442_hu_9.gif  függvényt, azzal a különbséggel hogy alaphalmazkéntimgtmp_20442_hu_10.gif  helyett most imgtmp_20442_hu_11.gif -t használjuk.

Hajdu és Tijdeman beláttak több, azimgtmp_20442_hu_12.gif  és imgtmp_20442_hu_13.gif  függvények viselkedésével, növekedésével kapcsolatos tételt. Sikerült továbbá alsó-, illetve felső korlátot adniuk a függvény nagyságára vonatkozóan.

Ebben a dolgozatban azzal az esettel foglalkozunk, amikor az imgtmp_20442_hu_14.gif  elemek nem csupán prímek, hanem tetszőleges pozitív egészek lehetnek. Motivációként két dolgot is említünk. Egyrészt, a korábbi eredmények közül több is erre az esetre vonatkozik, másrészt, a bizonyítások egy része modulo imgtmp_20442_hu_15.gif történik (megfelelő imgtmp_20442_hu_16.gif választással), így az extra feltétel, miszerint az imgtmp_20442_hu_17.gif  számok prímek, több ponton eleve lényegtelen.

Eredményeink bizonyításához többek között ki kell tejesztenünk Tijdeman klasszikus tételeit, melyek az imgtmp_20442_hu_18.gif  elemei közötti hézagok nagyságáról szólnak a kizárólag prím alapokra vonatkozó esetről arra, mikor az alapok tetszőleges pozitív egészek lehetnek.

Végezetül megemlítjük, hogy eredményeinket közlésre elfogadták.