|  |  |
| --- | --- |
| GRÓSZ DÁNIEL  Matematika BSc, 7. félév  Eötvös Loránd Tudományegyetem Természettudományi Kar |  |

Témavezető:

|  |
| --- |
| Katona Gyula  kutató professzor, Rényi Alfréd Matematikai Kutatóintézet |

Becslések halmazrendszerek mélyárnyékának a méretére

Az árnyéktétel (Kruskal-Katona-tétel) arra ad választ, hogy egy adott számú imgtmp_23101_hu_1.gif elemű halmazból álló halmazrendszerhez legalább hány imgtmp_23101_hu_2.gif  elemű halmaz van, amely részhalmaza valamelyik imgtmp_23101_hu_3.gif elemű halmaznak (ezek alkotják a halmazrendszer árnyékát). Nevezzük egy halmazrendszer mélyárnyékának az árnyékban szereplő halmazok közül azokat, melyeket egynél több imgtmp_23101_hu_4.gif elemű halmaz is tartalmaz részhalmazként. Ebben a dolgozatban alsó és felső becsléseket adunk a halmazrendszer maximális méretére a mélyárnyéka méretének a függvényében, ha a imgtmp_23101_hu_5.gif elemű halmazok egy adott imgtmp_23101_hu_6.gif   
elemszámú halmaz elemeiből állnak. (Ez természetesen ekvivalens probléma az adott méretű halmazrendszer mélyárnyékának a minimális méretével.)

Mutatunk egy egyszerű konstrukciót nagy méretű halmazrendszerre és a hozzá tartozó mélyárnyékra, ha adott a mélyárnyék mérete, és (a konstrukció elvét felhasználva) egy felső becslést a halmazrendszer méretére. A balra tolások módszerét használva megmutatjuk, hogy imgtmp_23101_hu_7.gif esetén, ha egy egyszerű feltételt teszünk a mélyárnyék szerkezetére, az előbbi konstrukció optimális.

Könnyen látható, hogy ha azt vizsgáljuk, hogy legfeljebb mekkora lehet egy halmazrendszer, amelynek a mélyárnyéka üres, akkor a kérdés ekvivalens a 4 minimális távolságú konstans súlyú kódok maximális méretével. A konstans súlyú kódokra vonatkozó Johnson-becslés általánosításával adunk egy jobb felső becslést a kis mélyárnyékkal rendelkező halmazrendszerek maximális méretére.