|  |  |
| --- | --- |
| GRÓSZ DÁNIELMatematikaBSc, 7. félévEötvös Loránd TudományegyetemTermészettudományi Kar |  |

Témavezető:

|  |
| --- |
| Katona Gyulakutató professzor, Rényi Alfréd Matematikai Kutatóintézet |

Becslések halmazrendszerek mélyárnyékának a méretére

Az árnyéktétel (Kruskal-Katona-tétel) arra ad választ, hogy egy adott számú  elemű halmazból álló halmazrendszerhez legalább hány   elemű halmaz van, amely részhalmaza valamelyik  elemű halmaznak (ezek alkotják a halmazrendszer árnyékát). Nevezzük egy halmazrendszer mélyárnyékának az árnyékban szereplő halmazok közül azokat, melyeket egynél több  elemű halmaz is tartalmaz részhalmazként. Ebben a dolgozatban alsó és felső becsléseket adunk a halmazrendszer maximális méretére a mélyárnyéka méretének a függvényében, ha a  elemű halmazok egy adott 
elemszámú halmaz elemeiből állnak. (Ez természetesen ekvivalens probléma az adott méretű halmazrendszer mélyárnyékának a minimális méretével.)

Mutatunk egy egyszerű konstrukciót nagy méretű halmazrendszerre és a hozzá tartozó mélyárnyékra, ha adott a mélyárnyék mérete, és (a konstrukció elvét felhasználva) egy felső becslést a halmazrendszer méretére. A balra tolások módszerét használva megmutatjuk, hogy  esetén, ha egy egyszerű feltételt teszünk a mélyárnyék szerkezetére, az előbbi konstrukció optimális.

Könnyen látható, hogy ha azt vizsgáljuk, hogy legfeljebb mekkora lehet egy halmazrendszer, amelynek a mélyárnyéka üres, akkor a kérdés ekvivalens a 4 minimális távolságú konstans súlyú kódok maximális méretével. A konstans súlyú kódokra vonatkozó Johnson-becslés általánosításával adunk egy jobb felső becslést a kis mélyárnyékkal rendelkező halmazrendszerek maximális méretére.